

“怀特” 阴极输出器的讨论

鮑 天 保

近年来不少核物理电子仪器或脉冲测试仪器，都乐于采用“怀特”电路来改善仪器的电气性能。甚至在某些精密测量中也采用此种电路。与普通的阴极输出器比较，“怀特”电路最突出的优点，有（1）对脉冲有良好的上升，和下降特性。（2）較小的非直线性畸变。（3）迫近于1的放大倍数。（4）較低的输出阻抗。（5）較高的电路稳定性。因此，“怀特”电路特别适宜作为电离室，閃爍計数器，脉冲訊号源，短脉冲放大器等的输出级。同时，在半导体霍尔效应测量中采用“怀特”电路作输入级也是非常适宜的。

虽然，国外对“怀特”电路的特性和具体应用作了不少探讨，[1][2][3][4]但国内还很少见对此种电路作全面的介绍，本文试图结合国产电子管，比較全面地讨论电路的稳态和瞬态特性。在讨论电路的瞬态特性时，我們采用强极点近似法，其中的强极点只要比其余极点六倍接近于 p -平面的虚轴就能得到滿意的結果，与精确分析結果比較不超过15%。

最后，我們还简要地讨论一种“怀特”修正电路。这种所謂超线性“怀特”电路，[5]有更迫于1的放大倍数和更低的输出阻抗。同时，又由于输入电子管只在它的动态特性曲綫中极小的一段范围内工作，所以进一步提高电路的直线性 and 稳定性。

本文省略了对电路設計方法的讨论，因为在任何一本专著中都可以找到。[6]但是，文中所載的电路特性曲綫，可供讀者在实际运用“怀特”电路时参考。

（一） 零頻率穩态特性的分析

“怀特”阴极输出器是由两个电子管串連而成的。见图(一)實質上，此种电路是一种級間有100%反饋的二級 $R-C$ 放大器。使“怀特”电路具有良好电气性能的是主要决定于下面两个因素：（1）用电子管 V_2 代替了电子管 V_1 的阴极負載电阻，使之不为常数随反饋电压变更，从而調正电路的电气性能（2）由反饋电阻 R_a 构成的反饋迴路。[7]

現在，讓我們来求“怀特”电路的放大倍数 K 和輸出阻抗 Z_o 。其等效电路见图(二)。

根据等效电路，很容易写出电路方程和电子管 V_1 和 V_2 栅—阴极的电压 u_{c1} 和 u_{c2} ，則

$$u_{c1} = u_i - u_o \quad (1)$$

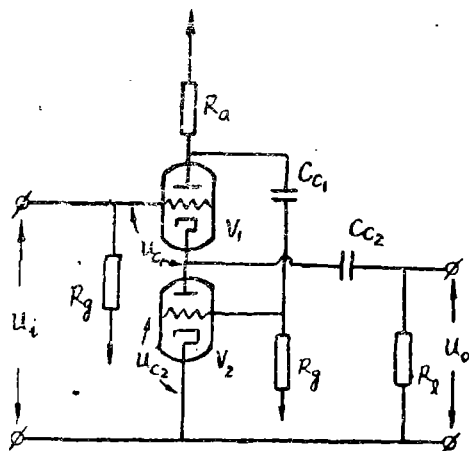
$$v_{c2} = -I_1 R_a \quad (2)$$

$$\mu_1 u_{c1} + \mu_2 u_{c2} = I_1 (R_{i1} + R_{i2} + R_a) + I_2 R_{i2} \quad (3)$$

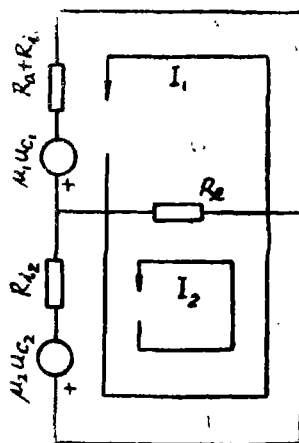
$$\mu_2 u_{c2} = I_1 R_{i2} + I_2 (R_{i2} + R_L) \quad (4)$$

式中： R_i 是电子管内阻、 μ 是电子管放大系数， R_L 是負載电阻。

* White, 1944.



图(一)



图(二)

解(1)(2)(3)(4)式,得电路的放大倍数。即

$$K = \left(\frac{u_o}{u_i} \right) = \frac{1}{1 + \frac{1}{\mu_1} \left[1 + \frac{R_a + R_{i1}}{\frac{R_L}{R_{i2} + R_L} (R_{i2} + \mu_2 R_a)} \right]} \quad (5)$$

只要令 $u_i = 0$,则可求得电路的输出阻抗。即

$$Z_o = \frac{R_{i2} (R_a + R_{i1})}{(R_a + R_{i1}) + (1 + \mu_1)(R_{i2} + \mu_2 R_a)} \quad (6)$$

如果,取电子管 V_1 和 V_2 的特性一致($R_{i1} \cong R_{i2} = R_i$, $\mu_1 \cong \mu_2 = \mu$)。那末,放大倍数和输出阻抗可以用下面近似公式来计算。

$$K \cong \frac{1}{1 + \frac{1}{\mu} \left[1 + \frac{R_i + R_a}{\frac{R_L}{R_i + R_L} (R_i + \mu R_a)} \right]} \quad (5)'$$

$$Z_o \cong \frac{R_i (R_a + R_i)}{(R_i + R_i) + (1 + \mu)(R_i + \mu R_a)} \quad (6)'$$

对于三极管,只要满足条件 $\mu R_a \gg R_i$, $\mu \gg 1$,公式可以进一步简化,则

$$K \cong - \frac{R_L}{R_L + \frac{1}{\mu S}} \quad (5)''$$

$$Z_o \cong \frac{1}{\mu S} \quad (6)''$$

式中: S 是电子管跨导。

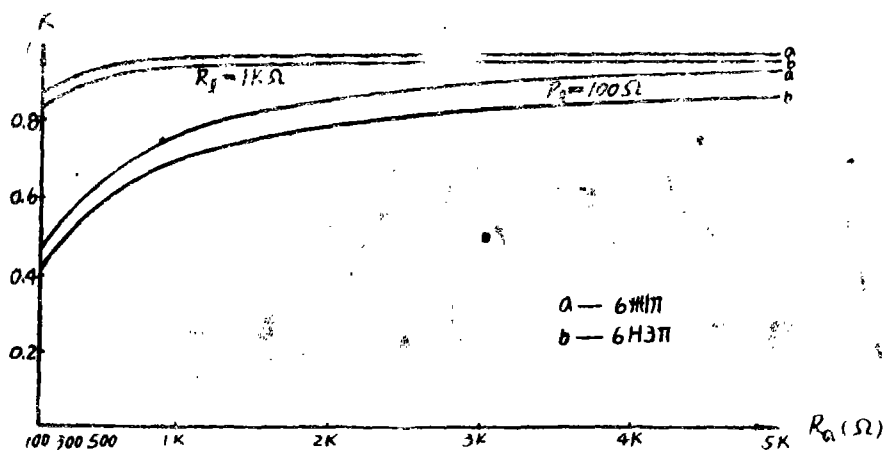
同样,对于五极管,因 $R' \gg R_i$,则

$$K \cong \frac{1}{1 + \frac{1}{\mu} \left[\frac{R_i}{\frac{R_i}{R_i + R_1} (R_i + \mu R_a)} \right]} \quad (5)'''$$

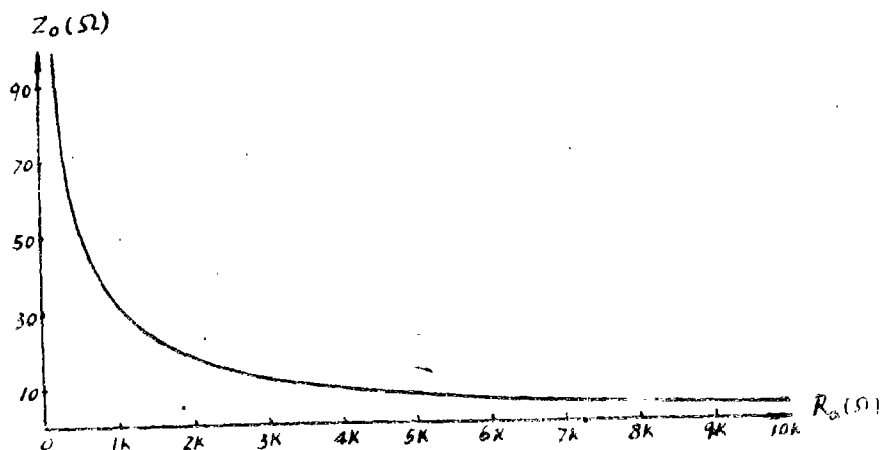
$$Z_o \cong \frac{1}{S(1 + R_a S)} \quad (6)'''$$

計算結果：

下面以国产电子管 6Ж1П ($S=5.2^{ma}/v$, $R_i=0.3M\Omega$) 和 6H3П ($S=4.9^{ma}/v$, $R_i=7600\Omega$) 为例, 根据公式 (5)' 和 (6)' 给出在固定负载电阻时, 放大倍数随反馈电阻的变更, 如图(三)所示。输出阻抗随反馈电阻的变更*, 如图(四)所示。从图中可以清楚看出, 反馈电阻 R_a 在低值范围内, 不论对放大倍数或输出阻抗的影响很灵敏。超过 $4K\Omega$ 之后影响逐渐趋于稳定。这就说明电路只有在反馈回路供给足够大的反馈电压的情况下, 才能获得迫近于 1 的放大倍数, 較低的输出阻抗。同时, 也提高电路的稳定性。



图(三)



图(四)

* 6H3П 和 6Ж1П 的输出阻抗曲线非常相近, 所以省略。

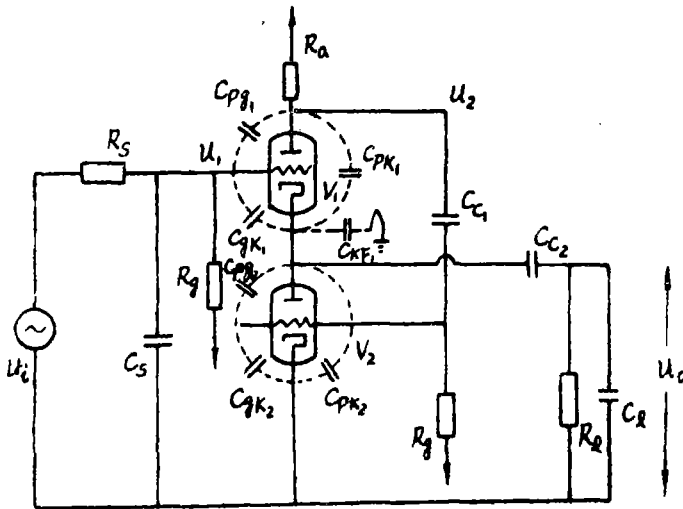
实验装置中某些考虑和结果：

在设计电路时，为了满足高的放大倍数，低的输出阻抗的要求。必须选用高跨导电子管。(6Ж1П, 6Н3П等)，考虑到在低频段中，输出端隔直电容 C_{c2} 对电路的作用，必须选用足够大的容量。(100 μ f)同时，为了免除电路输入端，在高频段引起负阻效应[8]，所以在栅路中串一低值电阻。(100 Ω)

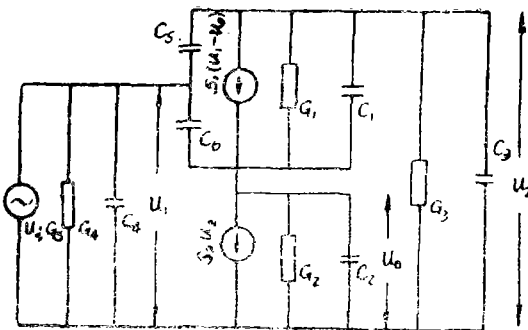
我们选用电子管6Ж1П(五极管接法)和6Н3П分别在频率 $f=100K.C.$ 下进行测试。实验结果和理论计算之间误差不超过 $\pm 5\%$ 。电路的放大倍数在频率 $f=12M.C.$ 以下，是不随频率变更。直到25 $M.C.$ 才开始随频率急剧地下降。

(二) 瞬态特性的分析：

分析电路的瞬态特性时，必须考虑电子管各极间电容，电路中分布电容和信号源的内阻抗的作用，如图(五)所示。为了简捷地写出电路的转移函数，用定流等效电路比较方便。见图(六)等效电路的结点运算方程，是



图(五)



图(六)

$$\begin{aligned}
 C_1 &= C_{pg1} + C_{pk1} + C_0 & G_1 &= 1/R_k \\
 C_2 &= C_{kf1} + C_{pk2} + C_3 + C_0 & G_2 &= 1/R_{k2} + 1/R_k \\
 C_3 &= C_{gk2} + C_0 & G_3 &= 1/R_a \\
 C_4 &= C_5 & G_4 &= 1/R_s \\
 C_5 &= C_{pg1} + C_0 & & \\
 C_6 &= C_{gk1} + C_0 & &
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} [G_4 + p(c_4 + c_5 + c_6)]u_1 - p c_5 u_2 - p c_1 u_3 &= u \cdot G_4 \\ [S_1 - p c_5]u_1 + [G_1 + G_3 + p(c_1 + c_3 + c_5)]u_2 - [G_1 + s_1 + p c_1]u_3 &= 0 \\ -[S_1 + p c_6]u_1 - [G_1 - s_2 + p c_1]u_2 + [G_1 + G_2 + s_1 + p(c_1 + c_2 + c_6)]u_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 p 是运算子。电路的轉移函数 $K(p) = \frac{u_o(p)}{u_i(p)}$, 可以从(7)式解得。則

$$K(p) = \frac{G_4 \{ p^2 [c_6(c_1 + c_3 + c_5) + c_1 c_5] + p [c_6(G_1 + G_2) + c_5(G_1 + s_1 - s_2) + c_3 s_1] + s_1(G_3 + s_2) \}}{\Delta} \quad (8)$$

式中, Δ 表示方程式組(7)的行列式。即

$$\begin{aligned} \Delta = & p^3 \{ c_5 [c_1 c_4 + c_2 c_4 + c_6 c_1 + c_1 c_3 + c_2 c_3 + c_6 c_3 + c_1 c_2 + c_6 c_2] + c_4 [c_1 c_3 + c_2 c_3 + c_6 c_3 + \\ & + c_1 c_2 + c_1 c_6] + c_6 [c_1 c_3 + c_2 c_3 + c_1 c_2] \} + p^2 \{ c_5 [c_4 G_1 + c_4 G_2 + c_4 s_1 + c_3 G_1 + c_3 G_2 + \\ & + c_3 s_1 + c_1 G_3 + c_2 G_3 + c_6 G_3 + c_2 G_1 + c_1 s_2 + c_1 G_2 + c_6 G_2 + c_6 s_2 + c_1 G_4 + c_2 G_4 + c_6 G_4 + \\ & + c_2 s_1] + c_1 [c_3 G_1 + c_3 G_2 + c_3 s_1 + c_1 G_3 + c_2 G_3 + c_6 G_3 + c_2 G_1 + c_1 G_1 + c_1 s_2 + c_1 G_2] + \\ & + c_6 [c_3 G_1 + c_3 G_2 + c_1 G_3 + c_2 G_3 + c_2 G_1 + c_1 s_1 + c_1 G_2] \} + G_4 [c_1 c_6 + c_6 c_6 + c_1 c_2 + c_2 c_3 + \\ & + c_1 c_3] \} + p \{ c_5 [G_3 G_1 + G_3 G_2 + G_3 s_1 + G_1 G_2 + s_1 s_2 + G_1 s_1 + G_1 G_4 + G_2 G_4 + G_3 s_1 + \\ & + G_2 s_1] + c_4 [G_3 G_1 + G_3 G_2 + G_3 s_1 + G_1 G_2 + s_1 s_2 + G_1 s_2] + c_6 [G_3 G_1 + G_3 G_2 + \\ & G_1 G_2 + G_1 s_2 + G_1 G_4] + G_4 [c_3 G_1 + c_3 G_2 + c_3 s_1 + c_1 G_3 + c_2 G_3 + G_3 c_6 + c_2 G_1 + c_1 s_2 + \\ & + c_1 G_2] \} + G_4 [G_3 G_1 + G_3 G_2 + G_3 s_1 + G_1 G_2 + G_1 s_2 + s_1 s_2] \}. \end{aligned}$$

若电路由五极管构成, 那末 C_{pg1} 与电路中其他电容比較小得很多, (例如, $6\text{Ж}1\text{П}$ 的 $C_{pg1} \leq 0.0045\text{pf}$, 輸入电容 6pf , 輸出电容 6.3pf) 所以 C_5 在方程中可近似地取为零, 而 G_1 与电路中其它的电导比較也可以忽略。同时, 又考虑到两个电子管的特性一致, ($S_1 \cong S_2 = S$) 則(8)或可以簡化为:

$$K(p) \cong \frac{G_4 \{ p^2 [c_6(c_1 + c_3)] + p [c_6 G_3 + c_3 S] + S(G_3 + S) \}}{\Delta'} \quad (8)'$$

式中 Δ' 是 Δ 簡化后的形式。即

$$\begin{aligned} \Delta' = & p^3 [c_4(c_1 c_3 + c_2 c_3 + c_6 c_3 + c_1 c_2 + c_1 c_6) + c_5(c_1 c_3 + c_2 c_3 + c_1 c_2)] + p^2 [c_4(c_3 G_2 + \\ & + c_3 S + c_1 G_3 + c_2 G_3 + c_6 G_3 + c_1 S + c_1 G_2) + c_1 [c_3 G_2 + c_1 G_3 + c_2 G_3 + c_1 S + c_1 G_2] + \\ & + G_4(c_1 c_2 + c_3 c_2 + c_1 c_3 + c_1 c_6 + c_3 c_6)] + p [c_4(G_3 G_2 + G_3 S + S^2) + c_6 G_3 G_2 + \\ & G_4(c_3 G_2 + c_3 S + c_1 G_3 + c_2 G_3 + c_1 S + c_1 G_2 + c_3 G_3)] + G_1(G_3 G_2 + G_3 S + S^2) \end{aligned}$$

根据拉氏变换理論, “怀特” 电路的特征方程式是,

$$\Delta' = 0 \quad (9)$$

这样一来, 把討論电路的瞬态特性(对单位阶跃电压的响应)的問題归結为确定特征方程(9)的根的問題。(亦即确定轉移函数的极点)随后, 經拉氏逆变换就可以求得电路的瞬态特性。[9]一般工程中很少采用这种精确的办法, 而是往往用轉移函数的一个强极点或一对强复数共轭极点来近似描写。[10]严格地說, 判断强极点必須从剩余极点所引起误差的大小而定。然而, 在这里我們只要选择, 比其余的极点六倍(一般書中規定10倍[10])于接近 p -平面的虛軸的极点, 作为强极点。但是, 必須注意下面的条件, 轉移函数的零点应远离 p -平面的原点, 与强极点比較至少六倍。同时, 若在 p -平面上强极点和零点很接

近而形成偶极子，则根据偶极子对系统的作用十分微弱的事实，那末此类强极点不能采用，否则得不到正确的结果。

大多数情况下，“怀特”电路的特征方程的解不外乎下列两种 (i) 三个实根 (实数极点) 其中一个为转移函数的强极点。(ii) 一个实根和一对共轭复根，而共轭复根是转移函数的强极点。就第一种情形，电路的响应是单调地上升，上升时间可以用下面近似公式 [6] 计算，即

$$T_r \cong \frac{2.2}{p_{\text{强}}} \quad (10)$$

对于第二种情形，我们要详细地讨论一下。其时，特征方程 (9) 式可以表示成二次型方程，即

$$(p + \sigma + j\omega_d)(p + \sigma - j\omega_d) = p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2 = 0 \quad (9)'$$

电路对单位阶跃电压的响应，是

$$1 + \frac{\omega_0}{\omega_d} \exp(-\sigma_0 t) \sin(\omega_d t + \phi) * \quad (10)$$

式中： $\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \cdot \omega_0$ 称电路的振荡频率。 ζ 称阻尼系数。

ω_0 称电路的固有频率。 $\phi = \arctan \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta}$ 。

从 (10) 式看出，这时电路的响应具有上冲。但在评定电路的上升时间 T_r 时，我们仍旧用最终稳态值的 10% 升到 90% 所需的时间来表示。因此，上升时间 T_r 是从 (10) 式用图解法求得。上冲百分数，则可用下式计算。即

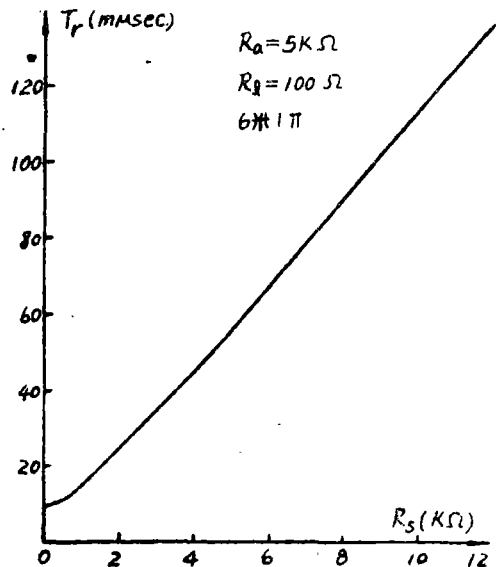
$$M \times 100(\%) = \exp \left[- \left(\frac{\sigma}{\omega_d} \right) \pi \right] \times 100(\%) \quad (11)$$

在某些电路参数下，“怀特”电路的转移函数可能找不到强极点。这时，可用附录 (一) 的办法或用任何一本控制工程论 [10] 所介绍的近似法来讨论电路的瞬态特性。

计算结果：

我们主要讨论反馈电阻 R_a ，源电阻 R_s 和负载电阻 R_l 分别对电路的瞬态特性的影响。仍旧取电子管 6X1H 为例。并且源分布电容 $C_s = 8 \text{ pf}$ ，负载电容 $c_l = 15 \text{ pf}$ 。则电路的上升时间 T_r 和上冲百分数分别随 R_a ， R_s 和 R_l 的变化情况，我们用图 (七) (八) 和图 (九) 来说明。

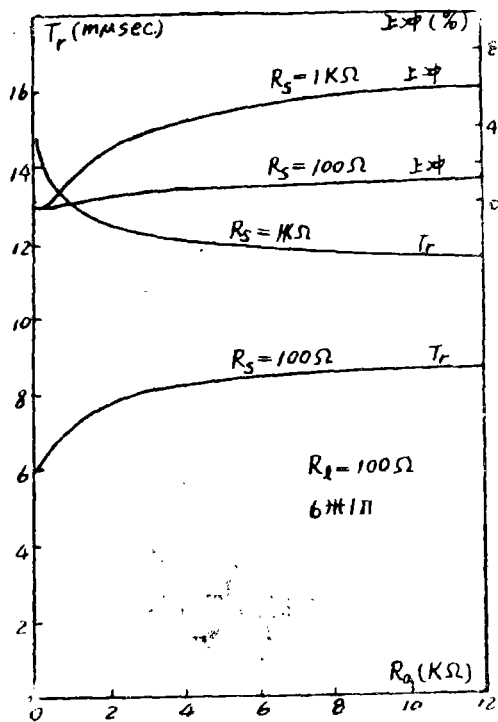
从图中可以得出如下几点结论：(i) 电路的上升时间 T_r 随源电阻 R_s 增大，因此，在要求电路有较小的脉冲前沿畸变时，“怀特”电路不宜作从高至低的阻抗变换器。(ii) 电路的



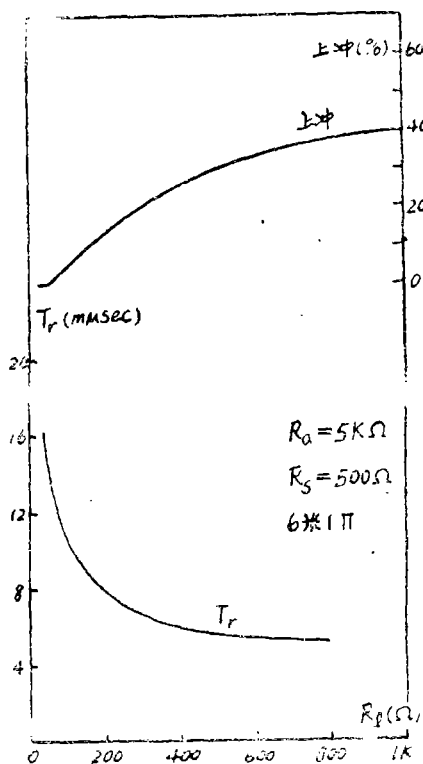
图(七)

* 规范化形式 [10]

上升时间 T_r 随反馈电阻 R_s 变更的特征是受源电阻 R_a 的数值范围影响,但是,电路的上冲百分数是随 R_a 增大。(iii)增大负载电阻 R_L 虽可减小电路的上升时间 T_r ,但却增大了电路的上冲百分数。(iv)电路的稳定性随 R_a 增大。



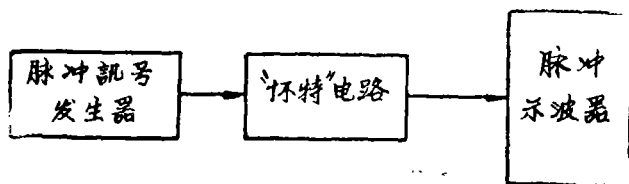
图(八)



图(九)

实验方法的简要讨论: [11]

正个“怀特”电路采用 $6\mu 1\pi$ 五极管连接法构成。($6\mu 1\pi$ 的阳栅极必须被旁通至各自的阴极上) 测试电路的方框图如图(十)所示。



图(十)

我们主要研究电路的上升特性,所以选择的输入脉冲,其宽度应在 $5\mu sec$, 的数量级。在测量上升时间 T_r 时,应注意到,从荧光屏上测出的上升时间是包含了测试设备本身的上升时间。所以,在测绘 $T_r \sim R_s$ 和 $T_r \sim R_L$ 曲线时,考虑到电路的上冲百分数最大约 5% 左右。(可视为没有上冲的情况来处理)因此,电路的上升时间 T_r 可由下面公式决定,即

$$T_r \cong \sqrt{T_{r0}^2 - T_1^2 - T_2^2} \quad (12)$$

式中: T_{r0} 是从荧光屏上测出的上升时间, T_1 , T_2 分别是脉冲讯号源和示波器 Y 轴增幅器的上升时间。

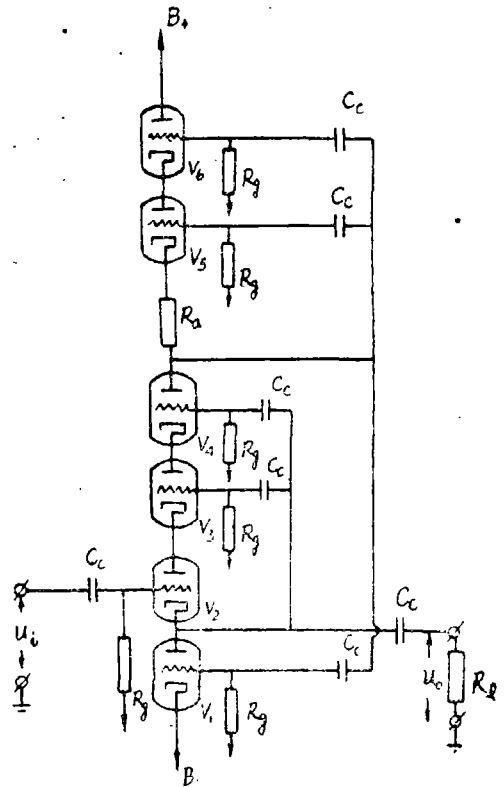
在测繪 $T_r \sim R_L$ 曲线时, 因电路的上冲百分数随 R_L 的变更已大大的超过 5%。这样, 为了精确地测出电路上升时间 T_r , 应把电路的输出端直接与示波管的偏向板连接。

我們由于设备的限制, 在测量上升时间 T_r 和上冲百分数时, 只是根据示波器的时标和比較讯号装置, 直接从荧光屏上的显示来计算确定。最好的办法是拍照, 然后放大再进行测量。

(三) 超线性的“怀特”电路:

为了进一步提高“怀特”电路的稳定性和直线性, 下面这种修正电路最为有效, 见图(十一)其特色是在板极迴路中用一組四个电子管和反馈电阻 R_a 串联而成的电路代替了原有的反馈迴路。这种受反馈电压控制的恒流板极负载, 能使电路中的输入电子管 V_2 的阴极和板极电压, 不论其大小和位相都紧密地跟踪栅极电压。其结果构成输入电子管 V_2 , 只在它的动态特性曲线中任意小的一段范围内工作, 于是大大地提高了电路的直线性 and 稳定性。文献[7], 对此种恒流板极负载管作詳細討論, 并証明这种改善随充当恒流板极负载的电子管的放大系数 μ 的数值而增强。

考虑到实用情况*, (即电子管特性可認為一致, 且 $\mu \gg 1$) 那末电路的零频率放大倍数和輸出阻抗, 可以分別由下面公式計算, 即



图(十一)

$$K \cong \frac{1}{1 + \frac{1}{\mu^3} \left[1 + \frac{R_i + R_a}{\frac{R_i}{R_i + R_1} (R_i + \mu R_a)} \right]} \quad (13)$$

$$Z_o \cong \frac{R_i (R_i + R_a)}{\mu^3 (R_i + \mu R_a)} \quad (14)$$

从(13)(14)可以看出, 电路的放大倍数和輸出阻抗很接近理想值。然而, 因为輸入电子管 V_2 总有栅流存在, 所以电路的輸出阻抗的最低值是受訊号源內阻抗的影响和限制。

关于普遍討論可參考[5]。

除此之外，电路还改善了对脉冲讯号上升和下降特性、提高电路的输入阻抗、有較低的噪音水平和完善的去耦作用。

結 束 語

綜合上面一系列的討論，我們可以看到“怀特”电路不論其对脉冲讯的响应，电路的放大倍数和輸出阻抗，以及电路本身的稳定性都非常令人滿意的。特別是超綫性“怀特”电路又进一步改善了电路的性能。因此，“怀特”电路能获得今日之广泛应用。

附 录 (一)

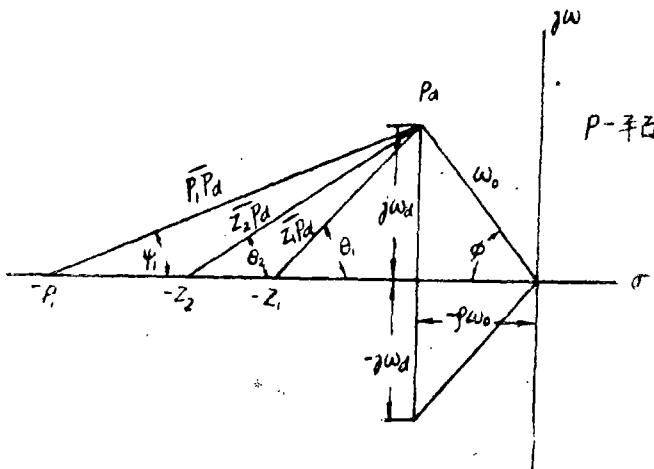
在“怀特”电路的轉移函数找不到强极点，而是包含一对复数共軛极点，一实数极点和两个零点。这时，轉移函数的形式可以表示如下*：

$$K(p)=\frac{\omega_o^2 p_1(p+z_1)(p+z_2)}{z_1 z_2(p+p_1)(p^2+2\zeta\omega_o p+\omega_o^2)} \tag{15}$$

式中： p_1 ， z_1 和 z_2 分别表示极点和零点在 p -平面实数軸上的位置。见图(十二)
此时，电路对单位阶跃电压的响应，是

$$1-\frac{\omega_o^2(z_1-p_1)(z_2-p_1)}{z_1 z_2(p_1 p_d)^2} \exp.(-p_1 t) + \left(\frac{\overline{z_1 p_d}}{Z_1}\right) \cdot \left(\frac{\overline{Z_2 p_d}}{Z_2}\right) \cdot \left(\frac{p_1}{p_1 p_d}\right) \cdot \left(\frac{\omega_d}{\omega_d}\right) \cdot \exp.(-\sigma t) \sin(\omega_d t + \phi + \theta_1 + \theta_2 - \psi_1) \tag{16}$$

式中： $\overline{p_1 p_d}$ 是从 p_1 到 p_d 的距离， $\overline{Z_i p_d}$ ($i=1,2$)是从 Z_i 到 p_d 的距离， θ_1 ， θ_2 和 ψ_1 的意义见图(十二)。



图(十二)

* 式中因子 $\frac{\omega_o p_1}{Z_1 Z_2}$ 只是为了公式规范化。

在决定电路上升时间 T_r 和上冲百分数时, 如果极点 p_1 离开 p —平面原点的距离比 σ 大三倍以上。那末(16)式中的指数项可忽略。这时, 电路的上升时间 T_r 可以根据已忽略了指数项的(16)式, 用图解法求得。而上冲百分数, 则由下式决定。即

$$M \times 100(\%) = \left(\frac{\overline{Z_1 p_d}}{Z_1} \right) \left(\frac{\overline{Z_2 p_d}}{Z_2} \right) \left(\frac{p_1}{p_1 p_d} \right) \exp \left[\frac{-\sigma(\pi - \theta_1 - \theta_2 + \psi_1)}{\omega_d} \right] \times 100(\%) \quad (17)$$

参 考 文 献

- [1] Hammack: *Electronics* 19, 206, (nov. 1946)。
- [2] Penfold: *Rev. sci. Instr.* 29, 765(1958)。
- [3] Garwin: *Rev. sci. Instr.* 30, 373(1959)。
- [4] Melvin Blown: *Rev. sci. Instr.* 31, 403, (1960)。
- [5] Read: *Rev. sci. Instr.* 31, 979 (1960)。
- [6] 斯捷潘诺夫: 脉冲放大器, 人民邮电出版社, 刘锦德译。
- [7] Valloy, Wallman等: *Vacuum tube Amplifier*,
M.I.T. Radiation Lab. Series, 1948。
- [8] 邦奇布鲁耶维奇: 电子管在实验物理中的应用(上册),
高等教育出版社, 廖增祺等译。
- [9] Круг: *Переходные Процессы В Линейных Электрических Цепях*, 1948。
- [10] Glalle, Ramo, Wooldridge: *Handbook of automation*,
Computatitin, and control, Vol. I, Chap. 20, 22。
- [11] 米耶罗维奇, 杰里钦科: 脉冲技术, 下册, 国防工业出版社。